УДК 622.233.6

Ю.А Малиновский[1], А.Д.Учитель[1], В.П.Лялюк[1], С.Л.Цвиркун[2], Д.П.Власенков[2], И.Н.Кравчук[2]

[1]Государственный университет экономики и технологий
[2]Криворожский колледж НАУ

ДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЕЁ ПРИЧИНЫ ПРИ ИНТЕНСИФИКАЦИИ РАБОТЫ БУРОВОГО СТАВА КАРЬЕРНЫХ БУРОВЫХ СТАНКОВ

Промышленная эксплуатация карьерных станков шарошечного бурения не всегда эффективна в силу недостаточной производительности, которая сдерживается из-за нарушений устойчивой работы бурового става, обусловленной конструктивными недоработками, необоснованно выбранными режимами бурения. А также специфическими особенностями процесса бурения долотом, закрепленным на длинном гибком ставе с начальными неправильностями. При этом вращающийся буровой став нагружен сжимающим усилием подачи и крутящим моментом, направленными на преодоление переменного момента сопротивления разрушению породы долотом. Под действием этих переменных силовых факторов став может потерять продольную устойчивость при достижении буровым ставом так называемой «критической» длины. Потеря устойчивости бурового става в ряде случаев происходит при меньших значениях силовых факторов, чем их критические значения, если буровой колонной достигается одна из критических скоростей вращения, которая совпадает с какой-либо собственной частотой изгибных колебаний става. В работе определены зоны и границы областей динамической неустойчивости при параметрических продольно-поперечных колебаниях става. Также выявлены зоны динамической неустойчивости при вращении деформированного става за счет действующих силовых факторов, начальных неправильностей и центробежных сил. Для интенсификации процесса бурения разработаны рекомендации по укомплектованию станка вращательного бурения дополнительным пневмоударником. Параметры пневмоударника по частоте и амплитуде согласованы с поступательной скоростью бурения скважины.

DOI: 10.34185/0543-5749.2021-2-42-65

Для успешного конструирования и модернизации современных высокопроизводительных буровых станков шарошечного бурения и бурового инструмента к ним, необходимо разработать единую методику инженерных расчетов бурового става, бурового инструмента, вращателя и механизма подачи. В настоящее время существует большое количество методик расчета бурового става и всего станка в целом. Однако эти методики желательно систематизировать и изложить в них основные расчетные принципы при работе гибкого длинного стержня кольцевого сечения на совместное действие продольных, изгибающих и крутящих силовых факторов (рис.1). В такой методике необходимо представить источник возникновения опасных колебаний, оценить параметры бурового става, которые являются критичными для нормальной работы станка, определить зоны устойчивости основных колебательных процессов, а также наметить пути устранения или снижения уровня опасных самовозбуждающихся колебаний.

До настоящего времени не созданы достоверные глубоко обоснованные

© Малиновский Ю.А, Учитель А.Д., Лялюк В.П., Цвиркун С.Л., Власенков Д.П., Кравчук И.Н., 2021

инженерные методики для расчетов станков шарошечного бурения с учетом динамических режимов и устойчивости в их работе.

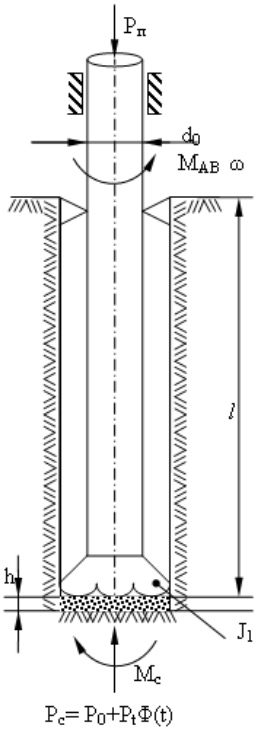


Рис. 1. Расчетная схема бурового става. I_1 – момент инерции бурового инструмента; ω – угловая частота вращения става; l – длина става; h – толщина разрушаемого слоя; $M_{дв}$ – момент на вращателе; $P_п$ – усилие подачи; $P_с$ – вертикальная реакция забоя; d – наружный диаметр штанги; $M_с$ – момент сопротивления забоя

Для обеспечения надежной работы буровых станков в разное время использовались различные гипотезы и предпосылки, которые до конца не дают возможности достоверно решить поставленные задачи. При этом ряд исследователей считают, что буровой став является длинным стержнем, подверженным продольной деформации, содержащим на концах две сосредоточенные массы и нагруженным импульсными нагрузками, и если частота повторения импульсов совпадает со временем внедрения двух соседних зубцов в забой, то так последовательно происходит раскачка продольных колебаний [1]. Другие исследователи ориентируются на явление продольного изгиба, формулу Эйлера и потерю ставом продольной устойчивости [2]. Третья группа исследователей считает, что буровой став изготавливается с начальными неправильностями (с эксцентриситетом). Вращение такого става приводит к развитию довольно значительных центробежных сил, что в ряде случаев является причиной дополнительных вибраций, снижения надежности и долговечности станка [1].

Из проанализированных источников следует, что нагрузки, заложенные при проектировании буровых станков, определяются со значительными погрешностями, без учета важных факторов, которые необходимо устранить на этапе их модернизации. Кроме того, действующие и проектируемые буровые станки должны быть укомплектованы устройствами по регулированию оптимальных режимов работы по параметрам: усилие подачи, угловая скорость вращения става, крутящий момент.

Буровой став станков шарошечного (типа СБШ-250, Пит Вайпер и др.)и вращательно-ударного бурения (типа НКР-100) представляет колонну, набираемую из определённого количества штанг, соединённых конической резьбой. Не касаясь особенностей опирания длинной буровой колонны с забоем и корпусом механизма вращения считаем, что став вместе с буровым инструментом представляет собой длинный вал, подверженный кручению (крутящим моментом $M_К$) и продольному изгибу со стороны механизма подачи (продольным усилием подачи $P_П$) и испытывает при этом деформации, приводящие к потере ставом упругой устойчивости (рис. 1).

В результате сложных деформаций став приобретает форму винтовой линии (рис. 2). Так как процесс бурения скважины является нестационарным, то буровой став под действием нагрузок переменных во времени подвержен сильным вибрациям. Для описания динамического состояния бурового става составим систему дифференциальных уравнений динамического равновесия. Так как изогнутая ось става является пространственной кривой, то систему уравнений составим в проекциях на оси YOZ, ZOX (до потери ставом продольной устойчивости). Сначала будем исходить из уравнения продольного изгиба стержня в плоскости YOX [2]:

$$I\frac{d^2V}{dx^2} + P_nV = 0\,, \qquad (1)$$

где $V(x,t)$ – прогиб стержня в плоскости YOX; $P_П$ – осевая сила; E – модуль упругости I рода (модуль Юнга); I – осевой момент инерции сечения става штанги (рис. 3).

Для того, чтобы перейти к уравнениям поперечных колебаний става под действием переменной продольной силы $P_П(t)$ необходимо уравнение (1) продифференцировать два раза по x, ввести силы инерции $-m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, $-m\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$. Кроме того, изгиб стержня происходит ещё и в плоскости ZOX с прогибом W*(x,t)*, а крутящий момент M_K подкручивает стержень на углах $\frac{dW}{dx}$, $\frac{dV}{dx}$.

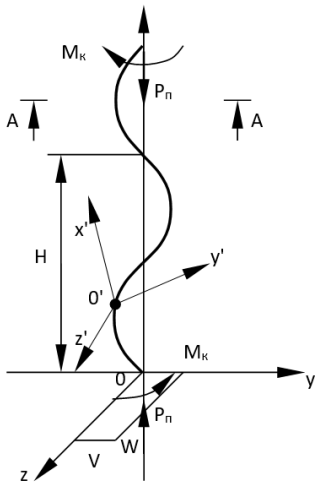


Рис. 2. Выпучивание бурильной колонны под действием усилия подачи P_n и крутящего момента $M_к$: *а* - *v*, *w*- смещение точек оси бурового става - $d_{ск}$ - диаметр скважины при его деформации; *б* - *H* - шаг винтовой линии при выпучивании бурового става; *в* - 0, *x*,*y*,*z* - основная система координат; *в* - 0,*x*,*y*,*z*- основная система координат; *г* - O', *x*', *y*', *z*' - подвижная система координат, связанная с точками деформированной оси става

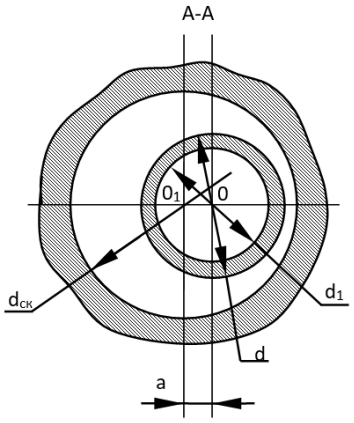


Рис. 3. Смещение оси штанги в скважине при выпучивании бурильной колонны: *а* – смещение оси

Запишем тогда систему уравнений статического равновесия става в двух плоскостях перед потерей им продольной устойчивости (2):

$$\begin{cases} EI\frac{d^2V}{dx^2} + P_{II}V = -M\frac{dW}{dx} \\ EI\frac{d^2W}{dx^2} + P_{II}W = +M\frac{dV}{dx} \end{cases}. \qquad (2)$$

Перейдём к уравнениям поперечных колебаний става под действием усилия подачи $P_П$, крутящего момента $M_К$ и сил инерции $-m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, $-m\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$; $-m\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$(3):

$$\begin{cases} EI\frac{\partial^4 V}{\partial x^4} + \left(P_{0II} + \Delta P_{II}\right)\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + m\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\left(M_{K0} + \Delta M_K\right)\frac{\partial^3 W}{\partial x^3} \\ EI\frac{d^4 W}{\partial x^4} + \left(P_{0II}V + \Delta P_{II}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 V}{dt^2} = \left(M_K + \Delta M_K\right)\frac{\partial^3 V}{\partial x^3} \end{cases}, \qquad (3)$$

где M_{KO}, $P_{OП}$, ΔM_K, $\Delta P_П$ – соответственно номинальные значения и приращения крутящего момента и усилия подачи.

Первоначально рассмотрим систему уравнений (2), то есть задачу об изгибе и кручении става в статической постановке. Граничные условия опирания става могут быть различными, но для статической и динамической постановки однотипных задач они будут иметь вид (4), или другой вид в зависимости от технической формулировки данной задачи.

Решение системы (2) выполним на основании метода изложенного в [3]. Систему уравнений (3) представим для описания продольных и поперечных колебаний става в двух плоскостях, возбуждаемых крутильными автоколебаниями става, возникающими в процессе бурения как реакция бурового инструмента и става при переменном трении режущих элементов о забой (рис. 4).

В зависимости от реализации характеристики трения, в особенности её нисходящей ветви, в некотором диапазоне

скоростей скольжения инструмента по породе, реализуется в упругой системе отрицательное затухание, доля которого при повышении скорости проскальзывания уменьшается, так положительное демпфирование в системе растёт пропорционально кубу скорости проскальзывания, то при раскачке автоколебаний наступает баланс между линейными и нелинейными проявлениями затухания при трении инструмента и горной породы. Учитывая сложность поставленной задачи, для её решения будем исходить из следующих представлений о характере протекания автоколебаний, если характеристика трения реализуется при относительно низких скоростях скольжения, на её ниспадающем участке, то автоколебания развиваются в результате отрицательного демпфирования при трении, в этом случае явно прослеживается нарастание амплитуд колебаний, по мере же нарастания скорости скольжения инструмента о забой, более заметной становится составляющая характеристики трения, пропорциональная кубу скорости, тогда за счёт баланса энергий подводимой и рассеиваемой в зоне контакта происходит подстройка амплитуд автоколебаний до некоторого фиксированного уровня.

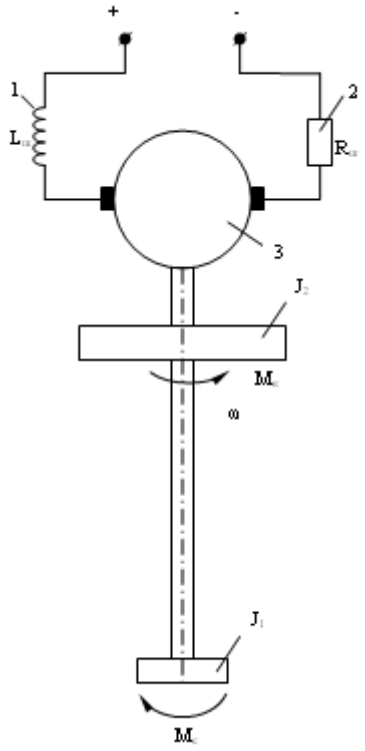


Рис. 4. Приведенная электромеханическая схема вращателя. 1, 2 - индуктивность и активное сопротивление обмотки статора двигателя; 3 - якорь двигателя вращателя; J_1, J_2 - моменты бурового инструмента и привода вращателя; $M_к$, $M_с$ – крутящий момент и момент сопротивления; ω - угловая скорость бурового става; с – приведенная жесткость бурового става

Поэтому в первом случае мы покажем, что автоколебания являются нарастающими, а в другом случае будем исходить из установившегося характера крутильных колебаний. Записывая систему (3) считаем, что в простейшей постановке крутильная система нагружена периодическим крутящим моментом ($M_К = M_{КО}+\Delta M_К$ или $M_К = M_{КО} + M_{КI}\cos(p_I t)$), тогда в соответствии с характером системы (3) мы вправе ожидать, что и продольная сила (усилие прижатия) будет изменяться по периодическому закону ($P_П = P_{ПО}+P_{ПI}\cos(p_I t)$), тогда раскачка продольных и поперечных колебаний става будет происходить за счёт проявления параметрического резонанса при продольных и поперечных колебательных процессах.

Системы уравнений (2) и (3) с обыкновенными и частными производными относительно искомых функций *V(x,t), W(x,t)* рассмотрим для граничных условий:

$$\begin{cases} V_{|x=0} = 0; \;\; V_{|x=l} = a \\ W_{|x=0} = 0; \;\; W_{|x=l} = 0 \end{cases}, \qquad (4)$$

где *a* – эксцентриситеты приложения осевой нагрузки к инструменту.

Если ввести обозначения $\frac{M_к}{EI} = k$; $\frac{P_П}{EI} = S^2$, то характеристическое уравнение системы (3) имеет вид:

$$r^2 + kr - s^2 = 0, \qquad (5)$$

тогда корни уравнения будут равны:

$$r_{1,2} = -\frac{k}{2} \pm \sqrt{\frac{k^2}{4} + s^2}. \qquad (6)$$

Условно считаем, что *V(x), W(x)* являюся функциями координаты *x*, тогда их будем искать в виде:

$$\begin{cases} V(x) = A\sin(r_1 x) + B\cos(r_1 x) + C\sin(r_2 x) + D\cos(r_2 x) \\ W(x) = -A\cos(r_1 x) + B\sin(r_1 x) - C\cos(r_2 x) + D\sin(r_2 x) \end{cases} \qquad (7)$$

Из условий (4) вычислим коэффициенты *A,B,C,D*. Если *x=0*, то *B+D=0; D=-B; A+C=0; C=-A*. Если *x=l:*

$$\begin{cases} A\sin(r_1 l)+B\cos(r_1 l)+C\sin(r_2 l)+D\cos(r_2 l)=a \\ -A\cos(r_1 l)+B\sin(r_1 l)-C\cos(r_2 l)+D\sin(r_2 l)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A\left(\sin(r_1 l)-\sin(r_2 l)\right)+B\left(\cos(r_1 l)-\cos(r_2 l)\right)=a \\ A\left(-\cos(r_1 l)+\cos(r_2 l)\right)+B\left(\sin(r_1 l)-\sin(r_2 l)\right)=0 \end{cases} \quad (8)$$

Введём обозначения: $\Delta_1=\sin(r_1 l)-\sin(r_2 l)$; $\Delta_2=\cos(r_1 l)-\cos(r_2 l)$,

тогда:

$$A\Delta_1+B\Delta_2=a;\ -A\Delta_2+B\Delta_1=0, \quad (9)$$

$$B=A\frac{\Delta_2}{\Delta_1};\ D=-A\frac{\Delta_2}{\Delta_1};\ C=-A;\ A=\frac{a\Delta_1}{\Delta_1^2+\Delta_2^2}. \quad (10)$$

Преобразуем (7) с учётом (10):

$$V(x)=A\sin(r_1 x)+A\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\cos(r_1 x)-$$

$$-A\sin(r_2 x)-A\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\cos(r_2 x),$$

$$W(x)=-A\cos(r_1 x)+A\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\sin(r_1 x)-$$

$$-A\cos(r_2 x)-A\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\sin(r_2 x).$$

В результате будем иметь:

$$\begin{cases} V(x)=A\sin(r_1 x)+\dfrac{\Delta_2}{\Delta_1}\cos r_1 x-\sin(r_2 x)-\dfrac{\Delta_2}{\Delta_1}\cos(r_2 x) \\ W(x)=A\left(\cos(r_1 x)+\dfrac{\Delta_2}{\Delta_1}\sin(r_1 x)-\cos(r_2 x)-\dfrac{\Delta_2}{\Delta_1}(\sin r_2 x)\right) \end{cases}. \quad (11)$$

Используя систему уравнений (2), граничные условия (4) и решение (11), выразим приращение усилия подачи ΔP ($P_П=P_{П0}+\Delta P$) через приращение крутящего момента ΔM_K ($M_K=M_{KO}+\Delta M_K$).

Для этого подставляем в первое уравнение (2) значения V, $\frac{d^2V}{dx^2}$, $\frac{dW}{dx}$ используя (11) и граничное условие для точки става, где $V(l)=a$ и $x=l$. Предварительно запишем:

$$\frac{dV}{dx}=A\left(r_1\cos(r_1 x)-\frac{\Delta_2}{\Delta_1}r_1\sin(r_1 x)-r_2\cos(r_2 x)+\frac{\Delta_2}{\Delta_1}r_2\sin(r_2 x)\right), \quad (12)$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}=A\left(-r_1^2\sin(r_1 x)-\frac{\Delta_2}{\Delta_1}r_1^2\cos(r_1 x)+r_2^2\sin(r_2 x)+\frac{\Delta_2}{\Delta_1}r_2^2\cos(r_2 x)\right), \quad (13)$$

$$\frac{dW}{dx}=A\left(r_1\sin(r_1 x)+\frac{\Delta_2}{\Delta_1}r_1\cos(r_1 x)-r_2\sin(r_2 x)-\frac{\Delta_2}{\Delta_1}r_2\cos(r_2 x)\right). \quad (14)$$

Полагаем для точки взаимодействия инструмента с забоем $x=l$, подставим значение x в формулы (12), (13), (14) и введём обозначения:

$$\Delta_3=\sin(r_1 l)+\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\cos(r_1 l);$$

$$\Delta_4=\sin(r_2 l)+\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\cos(r_2 l), \quad (15)$$

и подставив значения (11), (13), (14) в первое уравнение (2), приходим к соотношению:

$$P_П+\Delta P_n=\frac{EI\left(r_2^2\Delta_4-r_1^2\Delta_3\right)+M_K\left(r_1\Delta_3-r_2\Delta_4\right)}{\Delta_3-\Delta_4}. \quad (16)$$

Таким образом, получено выражения для полного усилия подачи с учётом динамической составляющей, которая выражена через крутящий момент на буровом инструменте и его приращение ΔM_K.

Запишем уравнение для динамического усилия подачи (с учётом его приращения):

$$P_{П0}+\Delta P_П=$$

$$=\frac{EI\left(r_2^2\Delta_4-r_1^2\Delta_3\right)+\left(M_{K0}+\Delta M_K\right)\left(r_1\Delta_3-r_2\Delta_4\right)}{\Delta_1-\dfrac{\Delta_2^2}{\Delta_1}}. \quad (17)$$

Или окончательно получим:

$$P_{П0}+\Delta P_П = \frac{\Delta_1\left[EI\left(r_2^2\Delta_4-r_1^2\Delta_3\right)+\left(M_{K0}+\Delta M_K\right)\left(r_1\Delta_3-r_2\Delta_4\right)\right]}{\Delta_1^2+\Delta_2^2} \quad (18)$$

Тогда можно подставить (17) в систему (3). Следовательно, продольная нагрузка на став выражена через крутящий момент M_K и его динамическую составляющую. Таким образом, для определения параметрической продольной нагрузки на став необходимо рассмотреть отдельно возникновение в упругой системе крутильных автоколебаний.

Заметим, что в формуле (18) продольная нагрузка на став представлена через корни характеристического уравнения (6) $r_1, r_2, \left(r_2^2, r_1^2\right)$. Если нагрузка $M_K+\Delta M_K$ в правой части системы (2) изменяется по периодическому закону, то и продольная нагрузка $P_П+\Delta P_П$ тоже будет изменяться по периодическому закону.

Практика эксплуатации буровых станков шарошечного (или вращательно-ударного) бурения показывает, что скорость вращения бурового става ω_0колеблется около своего номинального значения с амплитудой $\Delta\omega$.

При этом крутящий момент, в связи с переменным значением момента сопротивления вращению, также колеблется около своего номинального значения с амплитудой ΔM_K. Как было показано в работе [4], буровой став работает на сжатие и кручение. При этом, возбуждение продольных колебаний в буровом ставе обусловлено переменным трением между породой и инструментом при переменной скорости скольжения става по забою. Так как крутильный автоколебательный процесс является первичным, то как крутильные, так и продольные автоколебания происходят с частотой собственных крутильных колебаний системы. Из вида системы (3) следует, что она представляет собой два идентичных уравнения относительно переменных *V(x,t), W(x,t).*

При этом каждое уравнение системы (3) представляет собой уравнения параметрических продольно-поперечных колебаний с параметрической нагрузкой в виде (18). Так как в правых частях уравнений системы содержатся переменные составляющие, то эти уравнения описывают ещё и вынужденный колебательный процесс с крутильной переменной составляющей.

Вместе с тем переменную часть крутильного момента в виде ΔM_K можно получить из независимой системы дифференциальных уравнений автоколебаний для крутильной системы: буровой инструмент–став–вращатель. Систему уравнений крутильных колебаний рассмотрим далее.

На данном этапе будем полагать, что ΔM_K при установившихся автоколебаниях изменяется по квазигармоническому закону:

$$M_K = M_{K0} + M_{1K}\cos(p_1 t). \quad (19)$$

Тогда выражение для динамической продольной силы *($P_П$)* представим в виде:

$$P_П = P_{П0} + P_{1П}\cos(p_1 t). \quad (20)$$

В приведённых выражениях M_{K0} и $P_{П0}$ – номинальные значения крутящего момента и продольной силы; M_{1K} и $P_{1П}$ – амплитуды колебаний крутящего момента и продольной силы; p_1 – первая собственная частота в крутильной системе станка.

С учётом выражений (19), (20) систему дифференциальных уравнений (3) представим в форме (21):

$$\begin{cases} EI\dfrac{\partial^4 V}{\partial x^4}+\left(P_{П0}+P_{1П}\cos(p_1 t)\right)\dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2}+m\dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2}=-\left(M_{K0}+M_{1K}\cos(p_1 t)\right)\dfrac{\partial^3 W}{\partial x^3} \\ EI\dfrac{\partial^4 W}{\partial x^4}+\left(P_{П0}+P_{1П}\cos(p_1 t)\right)\dfrac{\partial^2 W}{\partial x^2}+m\dfrac{\partial^2 W}{\partial t^2}=\left(M_{K0}+M_{1K}\cos(p_1 t)\right)\dfrac{\partial^3 W}{\partial x^3} \end{cases} \quad (21)$$

Таким образом система (3) или (21) являются связанными системами дифференциальных уравнений продольно-поперечных колебаний става в двух плоскостях. Уравнения (21) представляют собой систему, описывающую параметрические продольно-поперечные колебания става, которые наведены независимыми крутильными колебаниями механизма вращения (буровой инструмент – став-вращатель при взаимодействии со скважиной).

Для решения системы уравнений (21) относительно двух искомых функций двух переменных *V(x,t), W(x,t)* в решении необходимо разделить переменные, поэтому использовать с этой целью решение (18) пока не представляется возможным.

Далее будем исходить из предположения, что в процессе бурения наблюдается динамически неустойчивое состояние бурового става и при этом он ещё не потерял упругой устойчивости.

Поэтому приближенно принимаем, что перемещения става вдаль осей OY и OZ удовлетворяют системе (21) и имеют вид:

$$\begin{cases} V(x,t) = A_0(t)\sin\left(\frac{\pi}{l}\right)x \\ W(x,t) = B_0(t)\cos\left(\frac{\pi}{l}\right)x \end{cases}. \quad (22)$$

Подставим (22) в систему (21), тогда получим:

$$\begin{cases} A_0''(t) + \left[\frac{EI}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \frac{P_{П0}}{m}\frac{\pi^2}{l^2} - \frac{P_{П1}}{m}\frac{\pi^2}{l^2}\cos(p_1 t)\right]A_0(t) = -\left(\frac{M_{K0}+M_{1K}\cos(p_1 t)}{m}\frac{\pi^3}{l^3}\right)B_0(t) \\ B_0''(t) + \left[\frac{EI}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \frac{P_{П0}}{m}\frac{\pi^2}{l^2} - \frac{P_{П1}}{m}\frac{\pi^2}{l^2}\cos(p_1 t)\right]B_0(t) = -\left(\frac{M_{K0}+M_{1K}\cos(p_1 t)}{m}\frac{\pi^3}{l^3}\right)A_0(t) \end{cases} \quad (23)$$

После сокращения результатов подстановки на функции переменной *x* получаем два идентичных уравнения (24).

Для решения системы (23) достаточно решить одно из уравнений. Обращаясь к первому уравнению системы видно, что левая часть первого уравнения (однородное уравнение) представляет собой уравнение Матье:

$$A_0''(t) + \left[\frac{EI}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \frac{P_{П0}}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 - \frac{P_{П1}}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2\cos(p_1 t)\right]\times$$
$$\times A_0(t) = 0. \quad (24)$$

Полагаем, что в приведённом уравнении продольная сила $P_{П1}$ изменяется по косинусоидальному закону с частотой крутильных колебаний системы, вызванных переменным трением между породой и буровым инструментом. Решение таких уравнений ищем в виде тригонометрического ряда [3]:

$$A(t) = \sum_{k=1,2,3}^{\infty} a_k \sin\left(\frac{kp_1}{2}t\right) + b_k \cos\left(\frac{kp_1}{2}t\right). \quad (25)$$

В решении ограничимся первым гармоническим приближением:

$$A_0(t) = a_1 \sin\left(\frac{p_1}{2}t\right) + b_1 \cos\left(\frac{p_1}{2}t\right). \quad (26)$$

Так как система (23) представлена двумя идентичными уравнениями, то в качестве нулевого приближения функции $B_0(t)$ принимаем выражение:

$$B_0(t) = a_1 \sin\left(\frac{p_1}{2}t\right) + b_1 \cos\left(\frac{p_1}{2}t\right). \quad (27)$$

Тогда первое уравнение системы (23) запишем для неоднородной задачи в виде:

$$\begin{cases} A_0''(t) + \left[\frac{EI}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \frac{P_{П0}}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 - \frac{P_{0П1}}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2\cos(p_1 t)\right]A_0(t) = \\ = -(M_{K0} + \Delta M_K)\frac{1}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^3\left(a_1 \sin\left(\frac{p_1}{2}t\right) + b_1\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right) \end{cases} \quad (28)$$

Полученное дифференциальное уравнение (28) представляют собой уравнение параметрических колебаний, происходящих с собственной частотой крутильной колебательной системы p_1 (в левой части) и в тоже время уравнение вынужденных колебаний (в правой части) с парциальными частотами p_1, $\frac{p_1}{2}$ и $\frac{3}{2}p_1$.

Уравнение (28) записано по первому приближению. Точность представления (28) может быть повышена, если $A(t)$ выразить в виде (25). В приведённых выражениях (26), (28)

$$a_1 = -\frac{1}{\mu}\left(1 + \mu - \frac{p_1^2}{4\Omega^2}\right); \qquad b_1 = -\frac{1}{\mu}\left(1 - \mu - \frac{p_1^2}{4\Omega^2}\right) -$$

коэффициенты гармонического разложения функции $A(t)$, $A_0(t)$ после подстановки (25) в (28); p_1 – первая собственная частота крутильных колебаний в системе инструмент-буровой став-вращатель, подлежит определению из рассмотрения «независимых» крутильных колебаний става под воздействием переменных сил трения между забоем и буровым инструментом; m – распределённая по длине масса става; $P_{П0}$ – номинальное значение усилия подачи; $P_{П1}$ – амплитуда колебаний усилия подачи (продольное усилие); M_{K0} –

номинальное значение крутящего момента на вращателе; M_{K1} – амплитуда колебаний крутящего момента; $\mu(\mu_k)$ – коэффициент возбуждения нагрузки ($k=1,2,3…$), ограничимся $k=1$.

$$\mu_k = \frac{p_{П1}}{2(P_{*k} - P_{П0})}$$

P_{*k} – критическая сила по Эйлеру для формы потери устойчивости стержня (с индексом k).

$$P_{*k} = \frac{k^2\pi^2 EI}{l^2}$$

Ω_k – частота собственных колебаний става, загруженного постоянной составляющей продольной силы (ограничимся $k=1$).

$$\Omega_k = \omega_k\sqrt{1-\frac{P_{П0}}{P_{*k}}}$$

ω_k – частота собственных поперечных колебаний незагруженного стержня.

$$\omega_k = \frac{k^2\pi^2}{l^2}\sqrt{1-\frac{P_{П0}}{P_{*k}}}$$

l – текущая длина става (изменяется во времени пропорционально скорости бурения скважины).

Рассмотрим коэффициенты гармонического разложения a_1, b_1 для случая, когда значение постоянной составляющей продольной нагрузки приближается к значению критической силы по Эйлеру (через составляющие продольной нагрузки).

Запишем:

$$\mu = \frac{P_{П1}}{2(P_* - P_{П0})} = \frac{P_{П1}}{2(1-\frac{P_{П0}}{P_*})P_*}. \qquad (29)$$

Тогда:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{2(P_* - P_{П0})}{P_{П1}} = \frac{2(1-\frac{P_{П0}}{P_*})P_*}{P_{П1}}. \qquad (30)$$

Учтём при преобразованиях, что значение первой критической силы по Эйлеру равно:

$$P_* = \frac{\pi^2}{l^2}EI\,, \qquad (31)$$

а также:

$$\Omega_1 = \omega_1\sqrt{1-\frac{P_{П0}}{P_*}} = \frac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}\left(1-\frac{P_{П0}}{P_*}\right)}. \qquad (32)$$

Тогда преобразуем выражение в скобках при определении a_1, b_1:

$$\frac{2\frac{\pi^2}{l^2}E\,\mathrm{Im}\,p_1^2}{P_{П1}4\frac{\pi^4}{l^4}} \pm 1 = a_1(b_1)\,. \qquad (33)$$

Окончательно получим

$$a_1 = \frac{l^2 m p_1^2}{2\pi^2 P_{П1}} - 1;\;\; b_1 = \frac{l^2 m p_1^2}{2\pi^2 P_{П1}} + 1\,. \qquad (34)$$

В приведённых выражениях для коэффициентов a_1, b_1: l – текущая длина; m – погонная масса става; $P_{1П}$ – амплитуда колебаний усилия подачи ($P_П$); p_1 – частота колебаний усилия подачи.

Таким образом, коэффициенты гармонического разложения a_1, b_1 временных функций поперечных перемещений $A_0(t)$ (или $B_0(t)$) пропорциональны квадратам длины става l_1 и собственной частоты крутильных колебаний p_1, распределённой массе става m, а также обратно пропорциональны переменной составляющей продольной нагрузки $P_{1П}$.

При рассмотрении системы уравнений поперечных колебаний става (3) или (23) в качестве нагрузки помимо продольного усилия $P_П=P_{П0}+P_{П1}cos(p_1t)$ принят ещё и крутящий момент $M_K=M_{K0}+\Delta M_K$, который является независимым силовым фактором. Поэтому амплитуду и частоту колебаний M_K будем определять исходя из двухмассовой крутильной колебательной системы, состоящей из массы (момента инерции) инструмента I_1 и массы (момента инерции) вращателя I_2, соединённых буровым ставом, обладающим крутильной жёсткостью C_1 (рис.4). Кроме того, дополним систему уравнений (3) или (21) выражением для динамического крутящего момента.

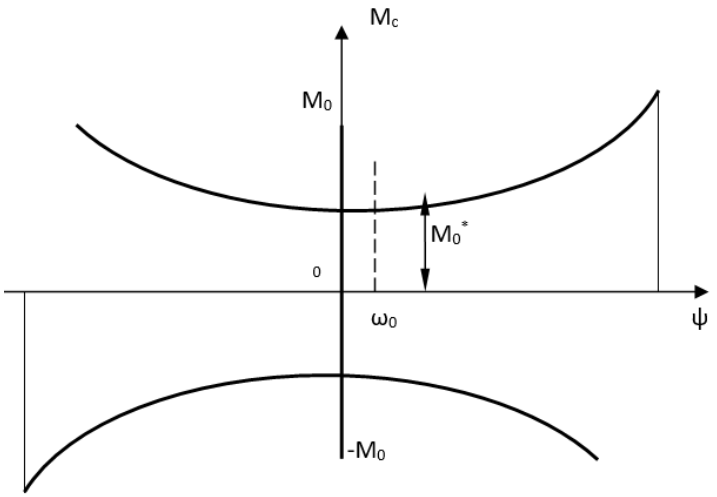


Рис. 5. Характеристика момента сил трения между буровым инструментом и породой, как функция скорости проскальзывания между забоем и инструментом. ($\psi = \dot{\varphi}_1 - \omega_0$ – скорость проскальзывания).

Так как при работе бурового станка нет явного источника возмущающего воздействия на буровой став, как в окружном, так и в продольном направлениях, то в качестве источника возникновения колебаний принят нелинейный момент трения между буровым инструментом и породой (рис. 4), который носит неустановившийся характер в периоды разгона и торможения става, проводя аналогию с работой [5]. Колебания бурового инструмента при его вращении являются самовозбуждающимися (автоколебаниями), приводящими к развитию параметрических продольных и поперечных колебаний, которые при наличии эксцентриситета приложения продольной нагрузки приводят ещё и к развитию вынужденных колебаний бурового става.

Если судить по характеру продольных перемещений става, то они являются возвратно поступательными с изменяющимися амплитудами, которые обусловлены свободным ходом механизма подачи и автоколебаниями в крутильной двухмассовой системе. Рассматривая правую часть уравнения (28) и характеристику нелинейного трения [5] сделаем вывод, что характер крутильных колебаний может быть установившимся квазигармоническим, нарастающим гармоническим или релаксационным. Фактически автоколебания бурового инструмента со ставом и приводом в забое являются релаксационными по аналогии с работой [5], где приведен пример автоколебаний груза с пружиной на движущейся ленте. В моменты времени, когда буровой инструмент под действием усилия подачи внедряется в породу, то он стремится разрушить примыкающий массив руды, при этом в определенный момент упругая сила, накопленная ставом, стремится уравновесить момент сопротивления M_C и его вязкоупругую составляющую, а силы инерции бурового инструмента будут весьма незначительными.

Так как сила вязкоупругости разрушаемого массива стремится компенсировать движущую силу бурового става, то в определенные моменты времени разрушаемые частицы захватываются ставом и движутся совместно с буровым инструментом, то есть происходит процесс «схватывания» породы.

В момент времени, когда $M_к$ инструмента превысит момент сил упругости горного массива M_C, происходит срыв инструмента, порода разрушается, момент сил сопротивления уменьшается, а скорость инструмента и бурового става увеличивается. В это время под действием усилия подачи $P_П$ инструмент внедряется в горный массив, момент M_C резко возрастает и скорость инструмента существенно падает. В этом укрупненно состоит процесс релаксационных колебаний, который приводит к нестационарному характеру M_C, как функции скорости вращения (проскальзывания) бурового става относительно забоя, и как следствие, к

созданию высокого динамического фона при работе станка.

Для установления видов колебаний необходимо отдельно рассмотреть процесс возникновения этих автоколебаний в крутильной двухмассовой системе и определить характер приращения ΔM_K.

Исходя из изложенных соображений и пренебрегая затуханием в упругой механической системе: инструмент-буровой став-ротор приводного двигателя (вращателя) запишем систему дифференциальных уравнений, описывающую возникновение самовозбуждающихся крутильных автоколебаний в буровом ставе [6]:

$$\begin{cases} I_1\ddot{\phi}_1 + C(\phi_1 - \phi_2) = M_0 + M_1(\dot{\phi}_1 - \omega_0) + M_2(\dot{\phi}_1 - \omega_0)^2 - M_3(\dot{\phi}_1 - \omega_0)^3 \\ I_1\ddot{\phi}_2 + C(\phi_2 - \phi_1) = -M_0 + M_4(\omega_0 - \dot{\phi}_2) \end{cases}, \quad (35)$$

где I_1, I_2 – соответственно моменты инерции инструмента и ротора двигателя; C – жёсткость бурового става, обусловленная процессами бурения и наращивания бурового става $C = \frac{GI_p}{l}$.

Правая часть первого уравнения системы (35) представляет момент сопротивления при бурении скважин:

$$M_C = M_0 + M_1(\dot{\phi}_1 - \omega_0) + M_2(\dot{\phi}_1 - \omega_0)^2 - M_3(\dot{\phi}_1 - \omega_0)^3 \quad (36)$$

Ограничимся в разложении функции M_C в ряд тремя слагаемыми.

Введём обозначения $\dot{\varphi}_1 - \omega_0 = \Delta\varphi_1$, $(\omega_0 - \dot{\varphi}_2) = \Delta\varphi_2$.

$$M_C = M_0 + M_1\Delta\dot{\varphi}_1 + M_2\Delta\varphi_1^2 - M_3\Delta\varphi_1^3, \quad (37)$$

где M_1, M_2, M_3 – коэффициенты характеристики трения бурового инструмента о породу, рис. 5 (M_1, M_2 – соответствуют отрицательному демпфированию); M_4 – коэффициент затухания в двигателе.

В результате использования характеристики трения в виде (37) система уравнений (35) будет существенно нелинейной. Для решения (35) вначале исходим из линейной системы (то есть пренебрегаем значениями M_2, M_3), а также из того, что двигатель обладает абсолютно жёсткой характеристикой. Принятые допущения не существенно исказят качественную сторону задачи. Тогда вместо (35) рассмотрим одно уравнение в форме:

$$I_1\ddot{\phi}_1 + C(\phi_1 - \omega_0 t) = M_0 + M_1\Delta\dot{\phi}_1 + M_2\Delta\dot{\phi}_1^2 - M_3\Delta\dot{\phi}_1^3 \quad (38)$$

Обозначим $r_0 = \frac{M_0}{I_1}$; $r_1 = \frac{M_1}{I_1}$; $p^2 = \frac{c}{I_1}$.

Запишем выражение для $\Delta\varphi = \dot{\varphi}_1(t) - \omega_0$ $\Delta\dot{\phi} = \dot{\phi}(t) - \omega_0$:

$$\Delta\dot{\phi}_1 = \frac{\omega_0}{p_1}e^{\frac{r_1}{2}t}\left(\frac{r_1}{2}\sin(p_1 t) + p_1\cos(p_1 t)\right) = B_1 e^{\frac{r_1}{2}t}\left(\frac{r_1}{2}\sin(p_1 t) + p_1\cos(p_1 t)\right), \quad (39)$$

где $\frac{\omega_0}{p_1} = B_0$, константа, определённая из начальных условий при интегрировании (38); $B_1 = B_1(t)$ – переменная амплитуда при автоколебаниях, если учитывать нелинейное трение (37)

$$B_1(t) = \sqrt{\frac{B_0}{\left(1 - \frac{3r_3p_1^2}{4r_1}B_0^2\right)e^{-r_1 t} + \frac{3r_3p_1^2}{4r_1}B_0^2}}$$

$r_1 = \frac{M_1}{I_1}$; $r_3 = \frac{M_3}{I_1}$ – постоянные коэффициенты разложения M_C.

В правую часть (38) подставим выражение для $\Delta\varphi$ (39).

Тогда запишем выражение динамического крутящего момента для уравнения (28):

$$M_K = M_{K0} + \frac{\omega_0}{p_1}e^{\frac{r_1}{2}t}\left(\frac{r_1}{2}\sin(p_1 t) + p_1\cos(p_1 t)\right)M_1. \quad (40)$$

Из левой части системы (35) получим уравнение частот

$$p^4 - p^2\frac{C(I_1+I_2)}{I_1 I_2} = 0. \quad (41)$$

Решая (41), находим

$$p_0^2 = 0;\ p_1^2 = \frac{C(I_1+I_2)}{I_1 I_2}. \quad (42)$$

Корень уравнения частот $p_0 = 0$ говорят о том, что система может совершать вращательное движение вокруг геометрической оси става, например, с угловой частотой ω_0.

Значение корня $p_1^2 = \frac{C(I_1+I_2)}{I_1 I_2}$ представляет собой собственную частоту колебаний двухмассовой вращательной системы.

Из (35) найдена собственная частота крутильных колебаний для двухмассовой системы. В нашем случае амплитуды колебаний первой массы принимаем в виде B_0 или B_1 из (39), при этом частоту крутильных колебаний, а также частоту изменения продольного усилия примем равной p_1, формула (41), (42).

Заметим, что двухмассовая крутильная система представляет собой длинный вал (с распределёнными параметрами) на концах которого закреплены две массы (рис.4). Фактически, помимо моментов инерции бурового инструмента и привода, присутствует момент инерции бурового става, который необходимо учитывать при решении уравнения частот.

Формула (42) даёт значения основной частоты, при этом к моментам инерции каждого диска (I_1, I_2) необходимо добавить $\frac{1}{3} I_0$ момента инерции става от каждого диска до узла колебаний вала [6]

$$I_1' = I_1 + \frac{I_0}{3}\frac{I_2}{I_1+I_2};\ I_2' = I_2 + \frac{I_0}{3}\frac{I_1}{I_1+I_2}. \quad (43)$$

Покажем возможность определения амплитуд для поперечных перемещений при автоколебаниях. Для этого преобразуем уравнение (28) с учётом крутящего момента ΔM_K (37), (39) к виду:

$$A_0''(t) + \left[\frac{EI}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \frac{P_{\Pi 0}}{m}\frac{\pi^2}{l^2} - \frac{P_{\Pi 1}}{m}\frac{\pi^2}{l^2}\cos(p_1 t)\right]A_0(t) = -\frac{\pi^3}{ml^3}\left(M_{K0} + \right.$$
$$\left. + M_1 \frac{\omega_0}{p_1} e^{\frac{r_1}{2}}\left(\frac{r_1}{2}\sin(p_1 t) + p_1\cos(p_1 t)\right)\left(a_1 \sin\left(\frac{p_1}{2}t\right) + b_1\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)\right). \quad (44)$$

Обозначим

$$L(t) = \left(M_{K0} + M_1 \frac{\omega_0}{p_1} e^{\frac{r_1}{2}t}\left(\frac{r_1}{2}\sin(p_1 t) + p_1\cos(p_1 t)\right)\right)\left(a_1 \sin\left(\frac{p_1}{2}t\right) + b_1\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right). \quad (45)$$

Уравнение (44) является неоднородным дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами типа уравнения Матье, описывающим параметрический колебательный процесс. Для решения однородного уравнения воспользуемся методом, изложенным в [7], [8], а для решения неоднородного уравнения и построения общего решения применим метод вариации произвольных постоянных в форме [9].

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения (44) представим в виде:

$$A(t) = a_1 \sin\left(\frac{p_1}{2}t\right) + b_1\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right) + A^*(t). \quad (46)$$

Первые два слагаемых представляют общее решение однородного дифференциального уравнения, где $\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)$, $\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)$ две линейно независимые функции, являющиеся частными решениями (24), а $A^*(t)$ частное решение неоднородного уравнения принимаем в виде

$$A^*(t) = a_1^*(t)\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right) + b_1^*(t)\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right). \quad (47)$$

В выражении (47) $a_1^*(t)$, $b_1^*(t)$ – считаем некоторыми неизвестными функциями времени. Переменные коэффициенты $a_1^*(t), b_1^*(t)$ определяем на основании [9], используя метод вариации произвольных постоянных и обозначив правую часть уравнения (44) в виде функции $L(t)$, запишем:

$$a_1^*(t) = \frac{\pi^3}{l^3 m}\frac{L(t)\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)}{\left[\left(\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)'\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right) - \sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)\cdot\left(\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)'\right]}. \quad (48)$$

$$b_1^*(t)=\frac{\pi^3}{l^3 m}\frac{\left(-L(t)\right)\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)}{\left[\left(\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)'\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)-\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)\left(\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)'\right]}. \quad (49)$$

Введём обозначение:

$$\Delta(t)=\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)\cdot\left(\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)'- \\ -\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)'=\frac{p_1}{2}=\Delta=const \quad (50)$$

Тогда частное решение $A^*(t)$ на основании [7] запишем в форме:

$$A^*(t)=\frac{\pi^3}{l^3 m}\frac{1}{\Delta}\int_0^t\left(\sin\left(\frac{p_1}{2}\tau\right)\cos\left(\frac{p_1}{2}t\right)- \\ -\cos\left(\frac{p_1}{2}\tau\right)-\left(\sin\left(\frac{p_1}{2}t\right)\right)\times L(\tau)d\tau \quad (51)$$

В структуре решения (46) дифференциального уравнения (44) для общего решения однородного уравнения амплитуды колебаний a_1, (b_1) прямо пропорциональны квадрату длины става (l^2), квадрату возмущающей частоты p_1^2, соответствующей квадрату частоты собственных колебаний, погонной массы става (m) и обратно пропорциональны амплитуде изменения продольной нагрузки (P_{III}). Из анализа частного решения уравнения (46) для $A^*(t)$ следует, что амплитуды колебаний пропорциональны экспоненте в степени равной тангенсу угла наклона характеристики момента трения в области ниспадающего участка, что характерно при учёте только коэффициента характеристики трения M_1, если же учесть в решении нелинейные слагаемые с коэффициентами M_2 и M_3, то раскачка колебаний будет иметь ограниченный характер [5]. Кроме того, как следует из частного решения, амплитуды колебаний будут пропорциональны угловой частоте вращения става ω_0, и коэффициенту M_1, а также обратно пропорциональны квадрату возмущающей частоты $1/p_1^2$, которая является частотой собственных колебаний крутильной системы.

Форма дифференциального уравнения (44) и его решения (46) позволяют сделать вывод о возникновении и поддержании автоколебательных процессов в буровом ставе за счёт нестационарного трения между буровым инструментом и породой. Установлено, что процесс раскачки крутильных колебаний става приводит к развитию продольных и поперечных колебаний. В дальнейшем, основываясь на факте существования устойчивых автоколебательных процессов бурового става естественного предположить, что вид этих колебаний является квазигармоническим, поэтому на основании решения (39) определяем амплитуду этих колебаний.

Переменная часть выражения (46) является нарастающей функцией так как мы её рассматриваем на ниспадающей ветви характеристики трения.

В действительности в силу того, что начинает проявляться влияние коэффициентов характеристики трения M_2 и M_3 амплитуды колебаний не достигают бесконечных значений, а будут ограниченными. Поэтому в соответствии с выражением (39) определим начальную амплитуду колебаний угловой скорости в следующем виде:

$$\Delta\omega=\frac{\omega_1}{p_1}\sqrt{\frac{\overline{r^2}}{4}+p_1^2}. \quad (52)$$

Если исходить из квазигармонического протекания автоколебаний, то закон изменения угловой скорости бурового инструмента приобретает вид:

$$\Delta\dot{\varphi}_1(t)=\Delta\omega\sin(p_1+\alpha_1), \quad (53)$$

где $\alpha_1-2p_1/r_1\alpha_1=\frac{2p_1}{r_1}$ – начальная фаза колебаний.

Выражение (53) можно представить в виде:

$$\Delta\dot{\varphi}_1(t)=\Delta\omega\cos\left(p_1t+\alpha_1-\frac{\pi}{2}\right). \quad (54)$$

Начальная фаза колебаний для длительных колебательных процессов не существенна, поэтому выражение для крутящего момента может быть принято в виде $M_K(t)=M_{K0}+M_1\Delta\omega\cos(p_1t$) так же, как в выражениях (23).

Обратимся к неоднородному дифференциальному уравнению (44) (с правой частью), будем считать, что процесс протекания автоколебаний является установившимся и

крутящий момент, приложенный к буровому инструменту изменяется по закону:

$$M_K = M_{K0} + M_1 \Delta\omega \cos(p_1 t). \qquad (55)$$

Тогда в уравнении (44) функция *L(t)* будет иметь другой вид.

Для решения уравнения (44) по аналогии с (45) запишем выражение для функции *L(t)* с учётом выражения (55):

$$\bar{L}(t) = \left(M_{K0} + M_1 \Delta\omega \cos(p_1 t)\right) \times \times \left(a_1 \sin\left(\frac{p_1}{2} t\right) + b_1 \cos\left(\frac{p_1}{2} t\right)\right) . \qquad (56)$$

Тогда согласно [9] частное решение уравнения (43) с правой частью (56) определим по формуле:

$$\overline{A^*}(t) = \frac{\pi^3}{l^3 m} \frac{1}{\Delta} \int_0^t \left(\sin\left(\frac{p_1}{2}\tau\right) \cdot \cos\frac{p_1}{2} t - -\cos\left(\frac{p_1}{2}\tau\right) \cdot \sin\left(\frac{p_1}{2}\tau\right)\right) \times \bar{L}(\tau) d\tau \qquad (57)$$

В результате интегрирования (44) будем иметь:

$$\overline{A^*}(t) = \frac{\pi^3}{l^3 m} \frac{1}{\Delta} \cos\left(\frac{p_1}{2}\tau\right) \cdot \int_0^t \left[M_{K0} a_1 \sin^2\left[\frac{p_1}{2}\tau\right] + M_1 a_1 \Delta\omega \cos(p_1\tau) \cdot \sin^2\left(\frac{p_1}{2}\tau\right) + + M_{K0} b_1 \cos\left(\frac{p_1}{2} t\right) \times \sin\left(\frac{p_1}{2}\tau\right) + M_1 b_1 \Delta\omega \cos(p_1\tau) \cdot \cos\left(\frac{p_1}{2}\tau\right) \cdot sin\left(\frac{p_1}{2}\tau\right)\right] - - \frac{\pi^3}{l^3 m} \frac{1}{\Delta} \sin\left(\frac{p_1}{2} t\right) \times \int_0^t \left[M_{K0} a_1 \sin^2 \frac{p_1}{2}\tau + M_1 a_1 \Delta\omega \cos p_1\tau \cdot \sin\frac{p_1}{2}\tau \sin\frac{p_1}{2}\tau \cdot \cos\frac{p_1}{2}\tau + + M_{K0} b_1 \cos\left(\frac{p_1}{2}\tau\right) + M_1 b_1 \Delta\omega \cos(p_1\tau) \cdot \cos^2\left(\frac{p_1}{2}\tau\right)\right] d\tau = \frac{\pi^3}{l^3 m} \frac{1}{\Delta} \cos\left(\frac{p_1}{2} t\right) \cdot \qquad (58)$$

$$\cdot \left[M_{K0} a_1 \left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2p_1}\sin(p_1 t)\right) + M_1 a_1 \Delta\omega \left(\frac{1}{2p_1}\sin(p_1 t) - \frac{1}{2} t + \frac{1}{4p_1}\sin 2(p_1 t)\right) + + M_{K0} b_1 \frac{1}{2}\sin\left(\frac{p_1}{2} t\right) + M_1 b_1 \Delta\omega \frac{1}{8p_1}\left(1 - \cos\frac{1}{2}(p_1 t)\right)\right] - \frac{\pi^3}{l^3 m} \frac{1}{\Delta} \cos\left(\frac{p_1}{2} t\right) \times \times \left(M_{K0} a_1 \left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2p_1}\sin(p_1 t)\right) + M_1 a_1 \Delta\omega \frac{1}{8p_1}\left(1 - \cos(2p_1 t)\right) + M_1 b_1 \Delta\omega \times \times \left(\frac{1}{2}\sin(p_1 t) + \frac{1}{2} t + \frac{1}{4p_1}\sin(2p_1 t) + M_{K0} b_1 \left(\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2p_1}\sin(p_1 t)\right)\right.\right.$$

где $\Delta = \frac{p_1}{2} = const$, формула (50).

Общее решение неоднородного уравнения (44) для установившихся квазигармонических колебаний получили в виде (46) с учётом частного решения (57) $\overline{A^*}(t)$ и выражения (55) для крутящего момента M_{K0}.

В ряде случаев бурения скважин карьерными станками шарошечного бурения, так как и при бурении скважин вращательно-ударным способом (станки типа НКР) целесообразно использовать пневмоударный механизм, который при правильном выборе его параметров, позволит при прочих равных условиях производить более эффективное бурение скважин (рис. 6). Основная идея интенсификации бурения с помощью пневмоудара состоит в том, что импульсное воздействие механизма на породу должно передаваться непосредственно на забой, а не на став штанг. Механизм такой передачи импульсного усилия на обрабатываемый объект проиллюстрирован в источнике [10]. Из чисто физических соображений при передаче усилий в случае механической обработки металлов, мы проведём аналогию между ударным воздействием вибратора на станину и воздействием пневмоударника на рудный массив. Если собственная частота колебаний станины (в нашем случае бурового става) превышает частоту наложенных вибраций $\omega_П > p_0$, тостанина (стойка или буровой став) будет воспринимать нагрузку от усилия прижатия, включающую статическую и динамическую составляющую. При этом динамическая составляющая будет расходоваться на дополнительные колебания и разогрев конструкции (в нашем случае става). Если же будет иметь место неравенство $\omega_П < p_0$, то статическая нагрузка будет передаваться только на став, а динамическая – от пневмоударника на забой.

В этом состоит эффект вибрационного бурения. Условие эффективного бурения с

пневмоударником для бурового станка шарошечного бурения будет иметь вид:

$$\Omega < p_0 = 2\pi\varphi_0, \qquad (59)$$

где Ω – собственная частота поперечных колебаний бурового става при продольно-поперечном изгибе с учётом усилия прижатия $P_П$ (статического); p_0 – круговая частота наложенных вибраций (частота колебаний пнемоударника); ρ_0 – линейная частота колебаний пневмоударника.

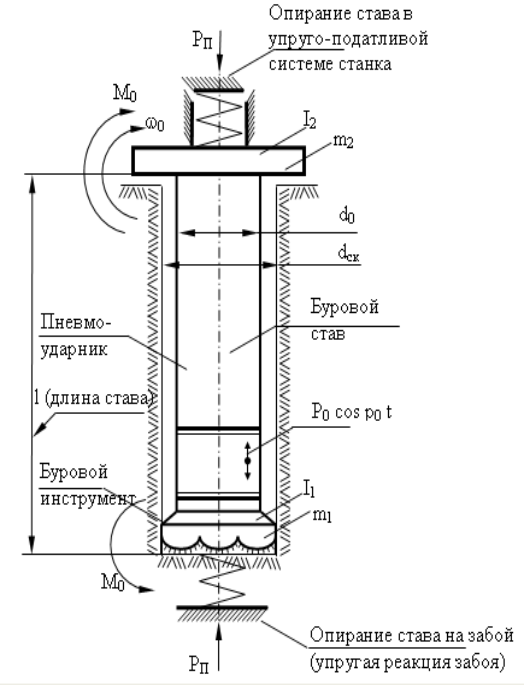


Рис. 6. Расчётная схема бурового става при бурении с наложенными вибрациями: m_1, I_1 – масса и момент инерции бурового инструмента; m_2, I_2 – масса и момент инерции (приведённая) ротора двигателя вращателя; ω_0 – угловая скорость вращения става; $P_{П1}$, P_0 – усилие и частота ударов пневмоударника

Для описания вынужденных колебаний бурового става, оборудованного пневмоударником, используем подход, применённый в [8], [9] с учётом того, что став имеет начальную неправильность, нагружен постоянной составляющей усилия подачи $P_{П0}$ и совершает вынужденные колебания в соответствии с характеристикой работы пневмоударника, согласно закона:

$$P_{ПУ} = P_{ПУ0} + P_{ПУ1}\cos(p_0 t). \qquad (60)$$

Составляя уравнения движения става приколебаниях будем исходить из того, что став совершает перемещения в двух плоскостях, так как в системе (21) с учётом собственных форм колебаний (22) и системе уравнений (23) для описания процессов, протекающих во времени, только без учёта связанности с крутильными колебаниями (21). В нашем случае вынужденные колебания в системе обусловлены продольной силой, приложенной в одной плоскости с осью става и наибольшим прогибом става, при этом эксцентриситет $e=a$. Другими словами при вращении бурового става проекция эксцентриситета бурового става на ось OY (плоскость XOY) изменяется по закону:

$$a(t) = a_0\cos(\omega_0 t), \qquad (61)$$

где a_0 – абсолютное значение эксцентриситета при смещении бурового инструмента в забое; ω_0 – угловая частота вращения става как сплошного стержня, тогда время поворота става на угол $\frac{\pi}{2}$ составит:

$$t_* = \frac{\pi}{2\omega_0}. \qquad (62)$$

Составим дифференциальное уравнение динамической продольной устойчивости сжатого и скручиваемого стержня, и нагруженного пульсирующей нагрузкой от пневмоударника.

При этом учитываем, что сжатый стержень (буровой став), набранный из нескольких состыкованных бурильных труб имеет начальную неправильность (V_0). Запишем это уравнение по аналогии с (1):

$$EI\frac{\partial^4 V}{\partial x^4} + \left(P_{ПУ0} + P_{ПУ1}cos(p_0 t)\right)\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\left(P_{ПУ0} + P_{ПУ1}cos(p_0 t)\right)\frac{\partial^2 V_0}{\partial x^2} \qquad (63)$$

В приведённом уравнении (63) под величиной p_0 понимаем частоту колебаний поршня пневмоударника, подобранную в соответствии с условием (58). Отметим, что продольная нагрузка на буровой инструмент $P_{ПУ} = P_{ПУ0} + P_{ПУ1}\cos(p_0 t)$ не вызывает в ставе потери динамической продольной устойчивости.

Аналогичное дифференциальное уравнение можно кроме плоскости XOY записать и для плоскости XOZ. Если записывать такое уравнение, то в него войдёт начальная «неправильность» (W_0), которая выбирается так как и V_0. Так же остановимся на предположении, что динамически неустойчивые состояния наблюдаются в ставе до потери им

упругой устойчивости, поэтому представим функции *V(x,t), W(x,t)* в виде (22).

Если подставить в уравнение (63) вместо функции *V(x,t)*функцию *W(x,t)*, то получим аналог (63) в виде (64):

$$EI\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+\left(P_{ПУ0}+P_{ПУ1}cos(p_0t)\right)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+ \\ +m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}=-\left(P_{ПУ0}+P_{ПУ1}cos(p_0t)\right)\frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2} \quad (64)$$

Подставляя $V(x,t)=A(t)\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$ и $W(x,t)=B(t)\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$ в уравнения (63), (64) получим два идентичных уравнения относительно функций*A(t), B(t),* при этом $V_0(0,x)=A(0)\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$; $W_0(0,x)=B(0)\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$.

Учитывая эксцентриситет приложения нагрузки к инструменту става $e\equiv a$, тогда эквивалентная кривизна (начальная «неправильность») става:

$$_{\max}V_0=_{\max}W_0=\frac{4a}{\pi}. \quad (65)$$

В таком случае дифференциальное уравнение относительно функций *A(t)* (или *B(t)*) получим в виде:

$$A''+\Omega^2\left(1-2\mu\cos(p_0t)\right)A= \\ =\frac{\omega_1^2 4a}{\pi P_*}\left(P_{ПУ0}+P_{ПУ1}\cos(p_0t)\right) \quad (66)$$

Уравнение (66) записано для плоскости XOY, если уравнение необходимо представить относительно любой другой плоскости, проходящей через вертикальную ось OX, то следует учесть выражение для проекции эквивалентной кривизны *e≡a,* проведённой через произвольную плоскость, проходящую через ось OX, тогда выражение для проекции эквивалентной кривизны става имеет вид:

$$V=_{\max}V_0\cos(\omega_0t)=\frac{4a}{\pi}(\cos\omega_0t), \quad (67)$$

где ω_1 –первая собственная частота поперечных колебаний става (без нагрузки).

Тогда дифференциальное уравнение (66) может быть записано для любой оси, расположенной в плоскости YOZ в следующем виде:

$$A''+\Omega^2\left(1-2\mu\cos(p_0t)\right)A= \\ =\frac{4}{\pi}\frac{\omega_1^2}{P_*}a\cos(\omega_0t)\left(P_{ПУ0}+P_{ПУ1}\cos(p_0t)\right) \quad (68)$$

Таким образом мы получим общее выражение динамической (временной) части перемещения става от действия дополнительного пневмоударника.

В приведённых выражениях:

P_* – критическая сила по Эйлеру;

$\mu=\frac{P_{ПУ1}}{2P_*-P_{ПУ0}}$ – коэффициент возбуждения нагрузки; $n=\frac{P_{ПУ0}}{\Omega}$, $\bar{\Delta}=\frac{2\pi\varepsilon}{\Omega}$ – коэффициенты влияния; ε – коэффициент линейного затухания в системе.

Запишем гармоническое приближённое решение (68) в виде:

$$A(t)=b_0+a_2\sin(p_0t)+b_2\cos(p_0t). \quad (69)$$

Считаем, что нелинейность уравнения (68) слабо выражена, а коэффициенты b_0, a_2, b_2 приняты по первому приближению [7].

Тогда:

$$b_0=\frac{4a_0}{\pi}\frac{P_{ПУ0}}{\left(P_*-P_{ПУ0}\right)}+\frac{1-n^2}{\left(1-n^2\right)\left(1-n^2-2\mu^2\right)+\left(\frac{n\bar{\Delta}}{\pi}\right)^2}\cdot\frac{2\mu^2}{\left(1-\frac{P_{ПУ0}}{P_*}\right)}\cdot\frac{4a_0}{\pi}. \quad (70)$$

$$a_2=\frac{\frac{n\bar{\Delta}}{\pi}}{\left(1-n^2\right)\left(1-n^2-2\mu^2\right)+\left(\frac{n\bar{\Delta}}{\pi}\right)^2}\cdot\frac{2\mu}{1-\frac{P_{ПУ0}}{P_*}}\cdot\frac{4a_0}{\pi}. \quad (71)$$

$$b_2=\frac{1-n^2}{\left(1-n^2\right)\left(1-n^2-2\mu^2\right)+\left(\frac{n\bar{\Delta}}{\pi}\right)^2}\cdot\frac{2\mu}{1-\frac{P_{ПУ0}}{P_*}}\cdot\frac{4a_0}{\pi}. \quad (72)$$

Полученное решение уравнение (68) записано с учётом постоянного значения эксцентриситета приложения усилия подачи $e=a$. Фактически в результате вращения става, точка эксцентрично приложенной нагрузки меняет своё положение относительно

выбранной горизонтальной оси (например, OY), что отражено в дифференциальном уравнении (68) сомножителем $cos\omega_0 t$. При достижении углом $\omega_0 t$ значение $\frac{\pi}{2}\left(\omega_0 t=\frac{\pi}{2}\right)$ $\frac{\pi}{2}(\omega_0 t=\frac{\pi}{2})$ правая часть (68) обращается в ноль и уравнение становится однородным. Тогда решение (68) без правой части будет иметь вид:

$$\overline{A}(t)=\overline{a_2}\sin(\tfrac{p_0}{2}t)+\overline{b_2}\cos(\tfrac{p_0}{2}t)\,, \qquad (73)$$

где

$$\begin{aligned}\overline{a_2}&=-\frac{1}{\mu}\left(1+\mu-\frac{p_0^2}{4\Omega^2}\right)\approx\frac{l^2mp_0^2}{2\pi^2P_{ПУ1}}-1;\\ \overline{b_2}&=-\frac{1}{\mu}\left(1-\mu-\frac{p_0^2}{4\Omega^2}\right)\approx\frac{l^2mp_0^2}{2\pi^2P_{ПУ1}}+1\end{aligned} \qquad (74)$$

Таким образом, мы рассмотрели вынужденные и параметрические колебания при взаимодействии бурового инструмента с забоем для случая применения дополнительного пневмоударника.

Если рассматривать уравнение (68) с учётом влияния угловой скорости вращения бурового става, то решение его необходимо производить, используя метод вариации произвольных постоянных [9]. В этом случае даже в решении по первому приближению громоздкость выкладок существенно возрастает. Поэтому ограничимся в решении уравнений результатами вида (69), (73). Дополнительно отметим, что важным условием эффективности разрушения породы при бурении будет выполнение условия (59).

Обращаясь к выражению (69) для функции *A(t)* запишем его в виде:

$$A(t)=b_0+A_2\sin(p_0t+\alpha)\,, \qquad (75)$$

где A_2 – амплитуда колебаний бурового инструмента под действием пневмоударника, если эксцентриситет приложения нагрузки $e=a$.

$$A_2=\frac{2\mu}{1-\frac{P_{ПУ0}}{P_*}}\cdot\frac{4a}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{1-2n^2+n^4+\frac{n^2\Delta^2}{\pi^2}}}{(1-n_2)\left(1-n^2-2\mu^2\right)+\left(\frac{\bar{n}\Delta}{\pi}\right)^2}$$

$\alpha=\frac{b_2}{a_2}=\frac{\pi\left(1-n^2\right)}{n\Delta}$ – начальная фаза колебаний пневмоударника.

При повороте бурового става на угол $\left(\omega_0 t=\frac{\pi}{2}\right)$ $\omega_0 t=\frac{\pi}{2}$амплитуду колебаний пневмоударника будем определять из соотношений (74), а решение укороченного уравнения (68) будет иметь вид:

$$\begin{aligned}\bar{A}(t)&=\overline{a_2}\sin\left(\frac{p_0}{2}t\right)+\overline{b_2}\cos\left(\frac{p_0}{2}t\right)=\\ &=\bar{A}\sin(\tfrac{p_0t}{2}+\alpha_1)\end{aligned}\,, \qquad (76)$$

где $\bar{A}_2=\sqrt{\left(\frac{l_2mp_0^2}{2\pi^2p_{ПУ1}}\right)^2+2}$ – амплитуда колебаний пневмоударника и инструмента;

$\alpha_1=\frac{l^2mp_0^2+2\pi P_{ПУ1}}{l^2mp_0^2+2\pi P_{ПУ1}}$ – начальная фаза колебаний пневмоударника и инструмента.

После определения амплитуд колебаний A_2, $\bar{A}_2$ прогибы бурового става в двух плоскостях определяем по формулам (22):

$$\begin{cases}V_2(x,t)=A_2(t)\sin(\frac{\pi}{l}x)\\ W_2(x,t)=B_2(t)\sin(\frac{\pi}{l}x)\end{cases} \qquad (77)$$

и

$$\begin{cases}\overline{V_2}(x,t)=\overline{A_2}(t)\sin(\frac{\pi}{l}x)\\ \overline{W_2}(x,t)=\overline{B_2}(t)\sin(\frac{\pi}{l}x)\end{cases}. \qquad (78)$$

Определим области неустойчивости для параметрических продольно-поперечных колебаний става в соответствии с системой уравнений (23) и уравнениями (63), (64), (66), (68). Области неограниченно возрастающих решений отделяются от областей устойчивых решений периодическими решениями *T* и *2T* [9]. Иначе два решения одинакового периода ограничивают область неустойчивости, а два решения разных периодов ограничивают область устойчивости. При этом параметрический резонанс возникает, когда на одно поперечное перемещение става приходится два продольных смещения свободного конца става у забоя. Для параметрического резонанса необходимо, чтобы сила, приложенная к концу става (продольная) имела частоту 2Ω. Иначе резонансная частота будет равна [7]:

$$\Theta=\frac{2\Omega}{k}. \qquad (79)$$

Тогда решения с периодом *2T* лежат попарно вблизи частоты при $k=1,3,5,\ldots$, а решения с периодом *T* лежат попарно вблизи частоты $k=2,4,6,\ldots$.

Формула даёт соотношение между частотой «внешнего» момента от крутильных колебаний,

система (23) и частотой собственных колебаний става, вблизи этих соотношений располагаются области динамической неустойчивости става (длинного вала). В соответствии с номером *k=1,2,3, 4, 5…*, различают первую, вторую, третью и так далее области неустойчивости.

Область неустойчивости $\Theta = 2\Omega\ \Theta_* = 2\Omega$ называют главной областью динамическойнеустойчивости. Для станков с пневмоударниками, уравнения (62), (63) возможно совпадение $p_0 \approx \Theta\ p_0 \approx \Theta_*$. С целью определения границ главной области неустойчивости в источнике [1] рекомендована формула:

$$\Theta_* = 2\Omega\sqrt{1 \pm \mu}\ . \qquad (80)$$

Кроме того, для определения границ первой области неустойчивости сопоставимые результаты позволяет получить формула Н.М. Беляева:

$$\Theta_* = 2\Omega\left(1 \pm \mu\right). \qquad (81)$$

Отметим, что формула (80) фактически совпадает с точностью до коэффициента возбуждения нагрузки μ с коэффициентами a_1, b_1 выражений (26), (27) и коэффициентами a_2, b_2 выражения (93).

В источнике [7] определена зависимость, по которой можно вычислить критическое значение коэффициента возбуждения нагрузки для первой области неустойчивости:

$$\mu_{*1} = \frac{\overline{\Delta}}{\pi}, \qquad (82)$$

где Δ=0,005÷0,05 – декремент затухания нагрузки.

Если $\mu <= \mu_{*1}$ – то будет невозможным возбуждение колебаний.

В случае необходимости определения области неустойчивости колебаний для индекса *k*, имеет место формула:

$$\mu_{*k} = \sqrt[k]{\frac{\Delta}{\pi}}\ . \qquad (83)$$

Как следует из [7] наиболее опасной и наиболее вероятной является первая область неустойчивости.

Помимо области неустойчивости при продольно-поперечных колебаниях става, вызванных продольной нагрузкой $P_П$, возможно возбуждение поперечных колебаний става в двух плоскостях, обусловленных начальной неправильностью бурильных труб, а также пространственным изгибом става в двух плоскостях под действием поля центробежных сил, в состоянии предшествующем потере продольной устойчивости, когда частота вращения става совпадает с одной из собственных частот его поперечных колебаний. Тогда прогибы става в каждой из плоскостей можно представить в виде:

$$V(x) = b_1V_1(x) + b_2V_2(x) + b_3V_3(x) + \ldots \qquad (84)$$

$$W(x) = d_1W_1(x) + d_2W_2(x) + d_3W_3(x) + \ldots\ , \qquad (85)$$

где $V_1(x), V_2(x), V_3(x), W_1(x), W_2(x), W_3(x)$ - собственные формы колебаний бурового става, соответствующие критическим значениям продольной силы по Эйлеру $P_{*1}, P_{*2}, P_{*3}, \ldots$

Коэффициенты выраженийb_1, b_2, b_3, d_1, d_2, d_3 – определяем из условия, что при вращении буровой став последовательно проходит зоны, которые соответствуют собственным частотам колебаний вала, тогда основываясь на данных [11] запишем выражения (84), (85) в виде:

$$V(x) = \frac{V_1(x)}{1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2}} + \frac{V_2(x)}{1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_2^2}} + \frac{V_3(x)}{1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_3^2}} + \ldots + , \qquad (86)$$

$$W(x) = \frac{W_1(x)}{1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2}} + \frac{W_2(x)}{1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_2^2}} + \frac{W_3(x)}{1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_3^2}} + \ldots + . \qquad (87)$$

При определении выражений для собственных форм $V_1(x), V_2(x), V_3(x), W_1(x), W_2(x), W_3(x)$ будем исходить из формул для перемещений *V(x), W(x)*. Непосредственно разложить выражения (11) по формам колебаний пока не удаётся. Предварительно преобразуем выражения в скобках, а также формулы, содержащие Δ_1, Δ_2. Обратимся к выражениям (6), тогда запишем:

$$\frac{r_1 + r_2}{2} = -\frac{k}{2} \text{ и } \frac{r_1 - r_2}{2} = \sqrt{\frac{k^2}{4} + s^2}\ . \qquad (88)$$

Перейдём от коэффициентов *k*, r_1, r_2, *s* к исходным силовым факторам:

$$\frac{k^2}{4} = \frac{M_K^2}{4(EI)^2};\ \sqrt{\frac{k^2}{4} + s^2} = \sqrt{\frac{M_K^2}{4(EI)^2} + \frac{P_П}{EI}}\ . \qquad (89)$$

Рассмотрим силовое взаимодействие бурового инструмента с породой при бурении.

Для бурения горной породы вращательным способом необходимо создать вращающий момент на ставе таким, который будет превышать момент сопротивления породы разрушению. Этот момент создаётся за счёт реализации в буровом ставе соответствующего усилия подачи $P_П$. Такое представление

позволяет связать перемещения *V(x), W(x)* только с усилием подачи.

Поэтому учтём, что момент сопротивления при внедрении инструмента в породу, обусловлен усилием подачи и сопротивлением породы разрушению на контакте преодоления сопротивления внедрению зубцов и проворачиванию шарошек при забуривании их в горный массив. Момент сопротивления на инструменте укрупнёно может быть представлен в виде:

$$M_K = fRP_П, \quad (90)$$

где f – коэффициент сцепления бурового инструмента с забоем; R – приведённый радиус приложения продольной нагрузки к забою (плечо приложения равнодействующей продольной нагрузки); $P_П$ – усилие прижатия бурового става к забою.

С учётом (90) будем иметь:

$$\frac{r_1+r_2}{2} = -\frac{M_K}{2EI} = -\frac{fRP_П}{2EI};$$
$$\frac{r_1-r_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{fRP_П}{2EI}\right)^2 + \frac{P_П}{EI}} \quad (91)$$

Таким образом, мы выразим параметры функции поперечных перемещений става только через один силовой фактор – $P_П$, тогда поперечные перемещения можно представить в виде:

$$V(x) = a\frac{\Delta_1}{\Delta_1^2+\Delta_2^2}2\cos\left(\frac{k}{2}x\right)\cdot\sin\sqrt{\left(\frac{k^2+s^2}{4}\right)}x + a\frac{\Delta_1}{\Delta_1^2+\Delta_2^2}2\sin\left(\frac{k}{2}\cdot x\right)$$
$$\sin\sqrt{\left(\frac{k^2+s^2}{4}\right)}x = 2\frac{\Delta_1}{\Delta_1^2+\Delta_2^2} - \sin\sqrt{\left(\frac{k^2}{4}+s^2\right)}x\left[\Delta_1\cos\left(\frac{k}{2}x\right)+\Delta_2\cos\left(\frac{k}{2}x\right)\right] \quad (92)$$
$$= \frac{2a}{\Delta_1^2+\Delta_2^2}\cdot\sin\sqrt{\left[\left(\frac{fRP_П}{2EI}\right)^2+\frac{P_П}{EI}\right]}x\cdot\left(\Delta_2\sin\left(\frac{fRP_П}{2EI}x\right)+\Delta_1\cos\left(\frac{fRP_П}{2EI}x\right)\right)$$

Аналогично запишем:

$$W(x) = \frac{2a}{\Delta_1^2+\Delta_2^2}\sin\sqrt{\left[\left(\frac{fRP_П}{2EI}\right)^2+\frac{P_П}{EI}\right]}x\cdot\left(\Delta_2\cos\left(\frac{fRP_П}{2EI}\right)-\Delta_2\sin\left(\frac{fRP_П}{2EI}\right)\right). \quad (93)$$

Для выражений $V_1(x)$, $W_1(x)$ необходимо в формулы(92), (93) подставить вместо $P_П$ значение близкое к первой критической силе по Эйлеру $P_{П1}$, тогда отношение $\frac{\omega_0}{\Omega_1}$ – становится близким к единице и перемещения *V(x), W(x)* резко возрастут, то есть при вращении става будет иметь место первая критическая скорость ω_{10}.

Для получения выражений$V_2(x)$, $W_2(x)$ в формулы (92), (93) необходимо подставить вместо $P_П$ значение близкое ко второй критической силе по Эйлеру P_{*2}, тогда отношение $\frac{\omega_0}{\Omega_2}\frac{\omega_o}{\Omega_2}$ резко возрастает, и при вращении става реализуется вторая критическая скорость ω_{20}.

Однако механизм подачи станка имеет ограниченный ресурс мощности, то возникновение в механизме подачи критической силы P_{*2} маловероятна. Ещё менее вероятно развитие в буровом ставе третьей критической силы, поэтому в выражениях (92), (93) вклад первой формы будет наиболее существенной. Рассматривая выражения (92), (93) видно, что вклад первого слагаемого наиболее значителен, и по мере увеличения номера, слагаемого его вклад в величину перемещения, заметно снижается. При определении значений Δ_1, Δ_2 воспользуемся формулами:

$$\Delta_1 = \sin(r_1 l) - \sin(r_2 l) = 2\cos\left(\frac{k}{2}l\right)\cdot\sin\sqrt{\left(\frac{k^2}{2}+s^2\right)}l = \\ = 2\cos\left(\frac{M_K}{2EI}l\right)\cdot\sin\sqrt{\left[\left(\frac{M_K}{2EI}\right)^2+\frac{P_П}{EI}\right]}l \quad (94)$$

$$\Delta_2 = \cos(r_1 l) - \cos(r_2 l) = 2\sin\frac{k}{2}l\cdot\sin\sqrt{\left(\frac{k^2}{2}+s^2\right)}l = 2\sin\left(\frac{M_K}{2EI}l\right)\cdot\sin\sqrt{\left[\left(\frac{M_K}{2EI}\right)^2+\frac{P_П}{EI}\right]}l \quad (95)$$

Вычисляя (92), (93) для каждой формы $V_1(x), V_2(x), V_3(x), W_1(x), W_2(x), W_3(x)$ – подставляем свои значения $P_П$ и M_K.

Коэффициенты в выражениях (84), (85) приняты равными:

$$b_1 = d_1 = \frac{1}{1-\frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2}};$$

$$b_2 = d_2 = \frac{1}{1-\frac{\omega_0^2}{\Omega_2^2}}; \quad (96)$$

$$b_3 = d_3 = \frac{1}{1-\frac{\omega_0^2}{\Omega_3^2}};...$$

В выражениях (96) Ω_1, Ω_2, Ω_3, … соответственно первая, вторая, третья и последующие частоты изгибных колебаний става, нагруженного продольной силой; ω_0 – частота вращения бурового става, которая при работе станка может изменяться в диапазоне от 0 до 60 об/мин (в ряде случаев до 150 об/мин).

Выводы

1. В работе установлено, что под действием на буровой став постоянных крутящего момента и продольного усилия подачи буровой став деформируется по винтовой линии, при этом в процессе бурения на постоянные крутящий момент и усилие подачи накладываются динамические составляющие.

2. Установлено, что источником возникновения динамических состояний вращающегося бурового става является переменное трение между горной породой и инструментом, а также изменения потенциальной энергии податливого бурового става при его закручивании и раскручивании. При закручивании става потенциальная энергия накапливается, а при раскручивании - высвобождается. В этом случае длина става начинает увеличиваться и на это перемещение накладывается работа усилия подачи и происходит удар инструмента о забой.

Крутильный колебательный процесс вызывает продольные периодические перемещения конца става, которые приводят к совместным продольным и изгибным колебаниям всей бурильной колонны.

3. Получены системы дифференциальных уравнений, описывающие совместные изгибно-продольные колебания става, вызванные крутильными вибрациями, возникающими при контакте бурового инструмента с забоем. Приведены приближенные решения этих систем, которые происходят с основной собственной частотой крутильных колебаний двухмассовой системы инструмент-став-привод вращателя, а амплитуды изгибных колебаний става связаны с изменением характеристики трения между инструментом и породой, а также с угловой частотой вращения става.

4. Определены зоны и границы областей динамической неустойчивости для параметрических продольно-поперечных колебаний става, при этом параметрический резонанс возникает в системе тогда, когда на одно поперечное перемещение става приходится два продольных. Обосновано возникновение в системе главной области неустойчивости.

5. Выявлены зоны динамической неустойчивости при вращении деформированного става за счет действующих силовых факторов, начальных неправильностей и центробежных сил. Эти зоны возникают при критических скоростях вращения става, которые совпадают с собственными частотами его изгибных колебаний.

6. Рассмотрена расчетная схема бурового става станка вращательного бурения,

снабженного дополнительным пневмоударником. Параметры пневмоударника по частоте и амплитуде согласованы с поступательной скоростью бурения скважины. Суммарные продольные и поперечные перемещения става могут быть получены по принципу суперпозиции самовозбуждающихся и наведенных перемещений.

Библиографический список

1. Малиновский Ю. А., Учитель А. Д., Лялюк В. П.и др. Причины возникновения вибраций става при работе станков шарошечного бурения. *Черная металлургия: бюллетень научно-технической и экономической информации.* Москва, 2020. Том 76, №9. С. 897–903.

2. Вольмир А. С. *Устойчивость деформируемых систем* : в 2 т. Москва : Юрайт, 2011. 526 с.

3. Камке Э. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. Москва : Наука, 1971. 576 с.

4. Потураев В. Н., Равцов М. В. Основы методики инженерных расчетов машин шарошечного бурения. *Надежность горных и транспортных машин*. Сб. статей. Киев : Наукова думка, 1985. С. 111-116.

5. Пановко Я. Г. *Основы прикладной теории колебаний и удара.* Санкт-Петербур г: Политехника, 1990. 27 с.

6. Тимошенко С. П., Янг Д. Ч., Уивер У. *Колебания в инженерном деле*. Москва : Наука, 1985. 444 с.

7. Малиновский Ю. А., Учитель А. Д., Власенков Д. П. и др. Причины возникновения динамической неустойчивости бурового става при работе станков СБШ 250. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. 2020, № 2. С. 74-90.

8. *Прочность, устойчивость, колебания: справочник*. В 3 т. / Под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. Москва : Машиностроение, 1968. Т.3. 567 с.

9. Вульфсон И. И., Коловский М. З. *Нелинейные задачи динамики машин*. Москва : Машиностроение, 1969. 282 с.

10. Кумабе Д. *Вибрационное резание.* Москва : Машиностроение, 1985. 424 с.

11. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Иосилевич Г. Б. *Расчет на прочность деталей машин*. Москва : Машиностроение, 1979. 702 с.

References

1. Malinovskiy, Yu. A., Uchitel, A.D., Lyalyuk, V.P. et al (2020). Prichiny vozniknoveniya vibratsiy stava pri rabote stankov sharoshechnogo bureniya. *Chernaya metallurgiya*: *byulleten nauchno-tekhnicheskoy i ekonomicheskoy informatsii*. Moskva, 76 (9), 897-903

2. Volmir, A. S. (2011). *Ustoychivost deformiruyemykh sistem.* Moskva: Yurayt

3. Kamke, E. (1971). *Spravochnik po obyknovennym differentsialnym uravneniyam*. Moskva: Nauka

4. Poturayev, V. N., Ravtsov, M. V. (1985). Osnovy metodiki inzhenernykh raschetov mashin sharoshechnogo bureniya. *Nadezhnost gornykh i transportnykh mashin*. Kiyev: Naukova dumka, 111-116

5. Panovko, Ya. G. (1990*). Osnovy prikladnoy teorii kolebaniy i udara*. Sankt-Peterburg: Politekhnika

6. Timoshenko, S. P., Yang, D. Ch., Uiver, U. (1985). *Kolebaniya v inzhenernom dele*. Moskva: Nauka.

7. Malinovskiy, Yu. A., Uchitel, A. D., Vlasenkov, D. P. et al (2020). Prichiny vozniknoveniya dinamicheskoy neustoychivosti burovogo stava pri rabote stankov SBSH 250. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost*, (2),74-90

8. Birger, I. A., Panovko, Ya. G. (1968). *Prochnost, ustoychivost, kolebaniya: spravochnik*. Vol. 3. Moskva: Mashinostroyeniye

9. Vulfson, I. I., Kolovskiy, M. Z. (1969). *Nelineynyye zadachi dinamiki mashin*. Moskva: Mashinostroyeniye, 1969

10. Kumabe, D. (1985). *Vibratsionnoye rezaniye.* Moskva: Mashinostroyeniye

11. Birger, I. A., Shorr, B. F., Iosilevich, G. B. (1979). *Raschet na prochnost detaley mashin.* Moskva: Mashinostroyeniye

Учитель Олександр Давидович, професор, доктор технічних наук, Державний університет економіки і технологій, м. Кривий Ріг, Україна, o.d.uchitel@i.ua

Лялюк Віталій Павлович, професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри металургійних технологій, Державний університет економіки і технологій, м. Кривий Ріг, Україна, Vitalij.lyalyuk@gmail.com

Малиновський Юрій Олександрович, доцент, кандидат технічних наук, Державний університет економіки і технологій м. Кривий Ріг, Україна, malinovsky129@gmail.com

Цвіркун Сергій Леонідович, старший викладач, кандидат технічних наук, ВСП «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», м. Кривий Ріг, Україна. ORCID ID: 0000-0001-5430-3427. E-mail: tserg300@gmail.com

Власенков Дмитро Петрович, старший викладач, ВСП «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», м. Кривий Ріг, Україна, vlasenkov.d@gmail.com

Кравчук Ігор Миколайович, викладач, ВСП «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», м. Кривий Ріг, Україна, igor-kravchuk77@ukr.net

ДИНАМІЧНА НЕСТІЙКІСТЬ І ЇЇ ПРИЧИНИ ПРИ ІНТЕНСИФІКАЦІЇ РОБОТИ БУРОВОГО СТАВУ КАР'ЄРНИХ БУРОВИХ ВЕРСТАТІВ

Мета виявлення причин недостатньо стійкої роботи бурових верстатів типу СБШ-250 (і інших машин) при веденні роботи з буріння вибухових свердловин. Розробка розрахункових схем і математичних моделей, що описують динамічний стан інструменту, бурового ставу, приводу обертання і механізмів, що подають. Обґрунтування зниження динамічних навантажень і визначення зон стійкої роботи бурового ставу і всього верстата в цілому.

Методика. Для обґрунтування реальних причин виникнення динамічно нестійкої роботи верстата виходимо з того факту, що під дією скручуючих і стискаючих силових факторів буровий став в оброблюваній свердловині набуває форму гвинтової лінії, яка «накручується» на свердловину. Гвинтова лінія під впливом силових факторів, які безперервно змінюються, знаходиться в динамічно неврівноваженому стані. На підставі цих уявлень і прийнятих розрахункових схем складені системи диференціальних рівнянь, що описують стійкі і нестійкі перехідні стани працюючого бурового ставу до і після втрати ним поздовжньої і поперечної стійкості.

Результати. Проведені дослідження дозволили встановити, що в результаті дії технологічних силових факторів, буровий став деформується по просторовій кривій. Під дією спочатку постійних крутного моменту і зусилля подачі в пружній системі: бурової став - ріжучий інструмент - привід виникають стійкі крутильні поздовжньо-ізгібні авто і параметричні коливання. Ці крутильні фрикційні автоколивання наводяться внаслідок змінного тертя між інструментом і забоєм, «навивки» бурового ставу на свердловину, уподібнюється циліндричній пружині з великим кроком, а також наявності двигуна обертальної системи обмеженою потужності. При аналізі отриманих систем диференційних рівнянь встановлено, що в силу значної поздовжньої податливості при стисненні закрученого става, крутильні імпульси призводять до поздовжніх ударних переміщень інструменту щодо забою. Таким чином, став штанг втягується в процес спільних крутильних і згинальних коливань, які при експлуатації бурового верстата накладаються один на одного. Крім цих процесів відбувається безперервне обертання бурового става, в результаті якого кутові частоти обертання можуть збігатися з власними частотами згинальних коливань колони штанг. Такі частоти виявлені і називаються критичними кутовими частотами обертання валу (става штанг). Ці стани при роботі става призводять до поломок і порушень стійкої роботи верстата.

Наукова новизна. Виходячи з системи рівнянь рівноваги бурового става, підданого дії осьового стискаючого зусилля й крутного моменту встановлено взаємозв'язок між динамічним крутним моментом і динамічною поздовжньою силою. Для прийнятої розрахункової схеми отримана система диференціальних рівнянь самозбуджуючих крутильних коливань става з параметрично наведеними поперечними коливаннями става в двох площинах. Отримано рішення систем двох неоднорідних рівнянь в першому наближенні. Наведено умови виникнення стійких режимів для параметричних поздовжньо-згинальних коливань.

Практична цінність. З метою зниження динамічного фону при бурінні свердловин верстатами обертального буріння запропоновано обмежити вільний хід механізму подачі за рахунок зміни його кострукції, що забезпечить зниження коефіцієнта динамічності при поздовжніх коливаннях. Крім

того, для інтенсифікації процесу буріння запропоновано додатково використовувати ефект пневмобуріння, причому частота імпульсів пневмоударника повинна перевищувати власну частоту коливань става, а швидкість нанесення імпульсів пневмоударником повинна перевищувати лінійну швидкість буріння. Крім того, швидкісний режим обертання става повинен бути підібраний таким чином, щоб кутова частота обертання става не співпадала ні з однією з нижчих частот згинальних коливань колони штанг, або вибрати режим експлуатації, коли, став при обертанні швидко проходив небезпечну частоту, яка називається критичною, тобто, буровий став повинен експлуатуватися на докритичних і закритичних швидкостях.

Ключові слова: буровий став, долото, вращатель, інструмент, механізм подачі штанг, вібростійкість, критична сила, критична довжина става, критична кутова частота обертання, пневмоударнік.

Учитель Александр Давидович, профессор, доктор технических наук, Государственный университет экономики и технологий, г. Кривой Рог, Украина, o.d.uchitel@i.ua

Лялюк Виталий Павлович, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой металургических технологий, Государственный университет экономики и технологий, г. Кривой Рог, Украина, Vitalij.lyalyuk@gmail.com

Малиновский Юрий Александрович, доцент, кандидат технических наук, Государственный университет экономики и технологий, г. Кривой Рог, Украина, malinovsky129@gmail.com

Цвиркун Сергей Леонидович, старший преподаватель, кандидат технических наук, ОСП «Криворожский профессиональный колледж Национального авиационного университета», г. Кривой Рог, Украина. ORCID ID: 0000-0001-5430-3427. E-mail: tserg300@gmail.com

Власенков Дмитрий Петрович, старший преподаватель, ОСП «Криворожский профессиональный колледж Национального авиационного университета», г. Кривой Рог, Украина, vlasenkov.d@gmail.com

Кравчук Игорь Николаевич, преподаватель, ОСП «Криворожский профессиональный колледж Национального авиационного университета», г. Кривой Рог, Украина, igor-kravchuk77@ukr.net

ДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЕЁ ПРИЧИНЫ ПРИ ИНТЕНСИФИКАЦИИ РАБОТЫ БУРОВОГО СТАВА КАРЬЕРНЫХ БУРОВЫХ СТАНКОВ

Цель выявления причин недостаточно устойчивой работы буровых станков типа СБШ-250 (и других машин) при ведении работы по бурению взрывных скважин. Разработка расчетных схем и математических моделей, описывающих динамическое состояние инструмента, бурового става, привода вращения и подающих механизмов. Обоснование снижения динамических нагрузок и определение зон устойчивой работы бурового става и всего станка в целом.

Методика. Для обоснования реальных причин возникновения динамически неустойчивой работы станка исходим из того факта, что под действием скручивающих и сжимающих силовых факторов буровой став в обрабатываемой скважине приобретает форму винтовой линии, которая «накручивается» на скважину. Винтовая линия под воздействием непрерывно изменяющихся силовых факторов находится в динамически неуравновешенном состоянии. На основании этих представлений и принятых расчетных схем составлены системы дифференциальных уравнений, описывающих устойчивые и неустойчивые переходные состояния работающего бурового става до и после потери им продольной и поперечной устойчивости.

Результаты. Проведенные исследования позволили установить, что в результате действия технологических силовых факторов, буровой став деформируется по пространственной кривой. Под действием изначально постоянных крутящего момента и усилия подачи в упругой системе: буровой став - режущих инструмент - привод возникают устойчивые крутильные продольно-изгибные авто и параметрические колебания. Эти крутильные фрикционные автоколебания наводятся вследствие переменного трения между инструментом и забоем, «навивки» бурового става на скважину, уподобляемого цилиндрической пружине с крупным шагом, а также наличия двигателя

вращательной системы ограниченной мощности. При анализе полученных систем дифференциальных уравнений установлено, что в силу значительной продольной податливости при сжатии закрученного става, крутильные импульсы приводят к продольным ударным перемещениям инструмента относительно забоя. Таким образом, став штанг вовлекается в процесс совместных крутильных и изгибных колебаний, которые при эксплуатации бурового станка накладываются друг на друга. Помимо этих процессов происходит непрерывное вращение бурового става, в результате которого угловые частоты вращения могут совпадать с собственными частотами изгибных колебаний колонны штанг. Такие частоты выявлены и называются критическими угловыми частотами вращения вала (става штанг). Эти состояния при работе става приводят к поломкам и нарушениям устойчивой работы станка.

Научная новизна. Исходя из системы уравнений равновесия бурового става, подверженного действию осевого сжимающего усилия и крутящего момента установлена взаимосвязь между динамическим крутящим моментом и динамической продольной силой. Для принятой расчетной схемы получена система дифференциальных уравнений самовозбуждающихся крутильных колебаний става с параметрически наведенными поперечными колебаниями става в двух плоскостях. Получено решение систем двух неоднородных уравнений в первом приближении. Приведены условия возникновения устойчивых режимов для параметрических продольно-изгибных колебаний.

Практическая ценность. С целью снижения динамического фона при бурении скважин станками вращательного бурения предложено ограничить свободный ход механизма подачи за счет изменения его конструкции, что обеспечит снижение коэффициента динамичности при продольных колебаниях. Кроме того, для интенсификации процесса бурения предложено дополнительно использовать эффект пневмобурения, причем частота импульсов пневмоударника должна превышать собственную частоту колебаний става, а скорость нанесения импульсов пневмоударником должна превышать линейную скорость бурения. Кроме того, скоростной режим вращения става должен быть подобран таким образом, чтобы угловая частота вращения става не совпадала ни с одной из низших частот изгибных колебаний колонны штанг, либо выбрать режим эксплуатации, когда, став при вращении быстро проходил опасную частоту, называемую критической, т.е. буровой став должен эксплуатироваться на докритических и закритических скоростях.

Ключевые слова: буровой став, долото, вращатель, инструмент, механизм подачи штанг, виброустойчивость, критическая сила, критическая длина става, критическая угловая частота вращения, пневмоударник.

Aleksandr Uchitel, Professor, Doctor of Technical Sciences, State University of Economics and Technology, Krivoy Rog, Ukraine, o.d.uchitel@i.ua

Vitaly Lyalyuk, Professor, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Metallurgical Technologies, State University of Economics and Technology, Krivoy Rog, Ukraine, Vitalij.lyalyuk@gmail.com

Yuriy Malinovskiy, Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, State University of Economics and Technology, Krivoy Rog, Ukraine, malinovsky129@gmail.com

Sergij Tsvirkun, Senior Lecturer, Candidate of Technical Sciences, SSU "Kryvyi Rih Professional College of the National Aviation University", Krivoy Rog, Ukraine. ORCID ID: 0000-0001-5430-3427. E-mail: tserg300@gmail.com

Dmitro Vlasenkov, Senior Lecturer, SSU "Kryvyi Rih Professional College of the National Aviation University", Krivoy Rog, Ukraine, vlasenkov.d@gmail.com

Igor Kravchuk, Lecturer, SSU "Kryvyi Rih Professional College of the National Aviation University", Krivoy Rog, Ukraine, igor-kravchuk77@ukr.net

DYNAMIC INSTABILITY AND ITS CAUSES DURING THE INTENSIFICATION OF THE DRILLING STATION OPERATION OF THE QUARRY DRILLING RIGS

The purpose of identifying the reasons for the insufficiently stable operation of drilling rigs of the SBSh-250 type (and other machines) when drilling blast holes. Development of design schemes and mathematical models describing the dynamic state of the tool, drill string, rotation drive and feed mechanisms. Substantiation of the reduction of dynamic loads and determination of the zones of stable operation of the drillstring and the entire rig as a whole.

Methods. To substantiate the real reasons for the dynamically unstable operation of the machine tool, we proceed from the fact that under the action of twisting and compressive force factors, the drilling string in the treated well takes the form of a helical line, which is "wound" onto the well. The helical line under the influence of continuously changing force factors is in a dynamically unbalanced state. On the basis of these ideas and the accepted design schemes, systems of differential equations have been compiled that describe the stable and unstable transient states of the working drill string before and after the loss of longitudinal and lateral stability.

Results. The studies carried out made it possible to establish that as a result of the action of technological force factors, the drilling string is deformed along the spatial curve. Under the influence of initially constant torque and feed force in the elastic system: drilling rod - cutting tool - drive, stable torsional buckling auto and parametric vibrations arise. These torsional frictional self-oscillations are induced due to alternating friction between the tool and the bottomhole, "winding" of the drillstring into the well, similar to a coil spring with a large pitch, as well as the presence of a motor with a rotational system of limited power. When analyzing the obtained systems of differential equations, it was found that due to significant longitudinal compliance during compression of the swirling rod, torsional impulses lead to longitudinal impact displacements of the tool relative to the bottom. Thus, becoming rods is involved in the process of joint torsional and bending vibrations, which are superimposed on each other during the operation of the drilling rig. In addition to these processes, there is a continuous rotation of the drill string, as a result of which the angular frequencies of rotation can coincide with the natural frequencies of the bending vibrations of the rod string. Such frequencies have been identified and are called critical angular frequencies of rotation of the shaft (rod set). These conditions during the operation of the stave lead to breakdowns and disturbances in the stable operation of the machine.

Originality. Based on the system of equations for the equilibrium of the drilling rod subjected to the action of axial compressive force and torque, the relationship between the dynamic torque and the dynamic longitudinal force is established. For the accepted design scheme, a system of differential equations of self-excited torsional vibrations of the stave with parametrically induced transverse vibrations of the stave in two planes is obtained. The solution of systems of two inhomogeneous equations is obtained in the first approximation. The conditions for the emergence of stable modes for parametric longitudinal-flexural vibrations are given.

Practical implications. In order to reduce the dynamic background when drilling wells with rotary drilling machines, it is proposed to limit the free movement of the feed mechanism by changing its design, which will ensure a decrease in the dynamic coefficient during longitudinal vibrations. In addition, to intensify the drilling process, it is proposed to additionally use the effect of pneumatic drilling, and the frequency of pulses of the hammer must exceed the natural frequency of oscillations of the stave, and the rate of application of pulses with the hammer must exceed the linear speed of drilling. In addition, the high-speed mode of rotation of the rod should be selected so that the angular frequency of rotation of the rod does not coincide with any of the lowest frequencies of bending vibrations of the rod string, or select the mode of operation when, when rotating, a dangerous frequency, called the critical one, has passed quickly, i.e. .e. the drill string must be operated at subcritical and supercritical speeds.

Key words: drill rod, bit, rotator, tool, rod feed mechanism, vibration resistance, critical force, critical length of the rod, critical angular frequency of rotation, pneumatic hammer.

Рукопис надійшов 19.04.2021 р.